

**Facoltà di Ingegneria**  
**2<sup>a</sup> prova in itinere di Fisica II – 14.7.2005 – Compito A**

Costanti:  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$ ,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Tm}{A}$

**Esercizio n.1**

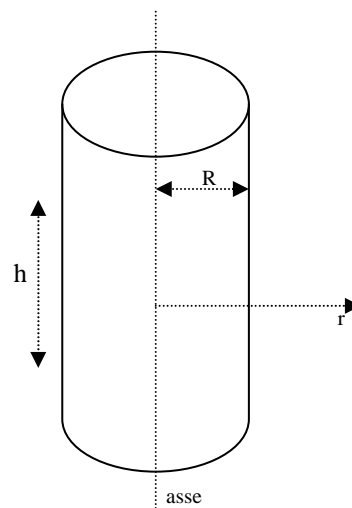
Su un cilindro di raggio  $R$  e lunghezza indefinita è distribuita una carica elettrica con densità volumica uniforme  $\rho$ .

Detta  $r$  la distanza radiale dall'asse del cilindro, calcolare il modulo del campo elettrico per

- $r > R$
- $0 < r < R$

Rispondere quindi alle seguenti domande:

1. le linee di forza del campo elettrico generato dalla carica sul cilindro sono
  - A. parallele all'asse del cilindro
  - B. radiali, cioè dirette come l'asse  $r$  (\*)
  - C. circonferenze con centro sull'asse del cilindro e perpendicolari ad esso
  - D. a  $45^\circ$  rispetto all'asse del cilindro
2. La carica contenuta in una parte del cilindro di lunghezza  $h$  vale
  - A.  $\rho \frac{\pi h}{R^2}$
  - B.  $\rho 2\pi R h$
  - C.  $\rho \pi R^2 h$  (\*)
  - D.  $\frac{\rho}{\epsilon_0} R^2 h$



3. per  $r > R$  il campo elettrico ha modulo
  - A.  $E = \frac{R^2 \rho}{2\epsilon_0} \frac{1}{r}$  (\*)
  - B.  $E = \frac{R^2 \rho}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2}$
  - C.  $E = \frac{\rho}{2\epsilon_0 R^2} \frac{1}{r}$
  - D.  $E = \frac{\rho}{4\epsilon_0} \frac{1}{r}$
4. per  $0 < r < R$  il campo elettrico ha modulo
  - A.  $E = \frac{R^2 \rho}{2\epsilon_0} \frac{1}{r}$
  - B.  $E = \frac{\rho}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{R^2}$
  - C.  $E = \frac{\rho}{2\epsilon_0} \frac{r^2}{R^2}$
  - D.  $E = \frac{\rho}{2\epsilon_0} r$  (\*)

**Esercizio n.2**

Il flusso del campo magnetico concatenato con una bobina, di resistenza complessiva  $R = 1 k\Omega$ , è  $\Phi_B = (t^2 - 4t)10^{-1} Tm^2$  dove  $t$  è il tempo misurato in secondi.

Si trovi:

- la fem indotta in funzione del tempo
- il valore del flusso  $\Phi_B$  al tempo  $t=2s$
- l'intensità della corrente indotta nella bobina al tempo  $t=2s$ .

Si risponda quindi alle seguenti domande:

5. la fem indotta in funzione del tempo è dato da
  - A.  $\text{fem} = 0.4t$
  - B.  $\text{fem} = 0.4 - 0.2t$  (\*)
  - C.  $\text{fem} = t^2$
  - D.  $\text{fem} = 0.4t - 0.2t^2$
6. il flusso  $\Phi_B$  al tempo  $t=2s$  vale
  - A.  $-0.01 \text{ Tm}^2$
  - B.  $-0.4 \text{ Tm}^2$  (\*)
  - C.  $-2 \text{ Tm}^2$
  - D.  $-10 \text{ Tm}^2$
7. l'intensità della corrente indotta nella bobina, al tempo  $t=2s$ , vale
  - A.  $0 \text{ A}$  (\*)
  - B.  $0.4 \text{ A}$
  - C.  $2 \text{ A}$
  - D.  $4 \text{ A}$

### Esercizio n.3

Una sfera conduttrice di raggio  $R_1 = 20\text{cm}$  è portata ad un potenziale di  $10^4 \text{ V}$  (potenziale all'infinito uguale a 0) ed è poi messa a contatto con una sfera neutra di raggio  $R_2 = 30\text{cm}$ . Le due sfere vengono quindi separate.

Si calcoli:

- la carica iniziale sulla sfera di raggio  $R_1 = 20\text{cm}$  (cioè la carica subito dopo che la sfera è portata al potenziale di  $10^4 \text{ V}$ )
- il potenziale (rispetto all'infinito) di ciascuna delle due sfere quando esse sono a contatto
- la carica su ciascuna delle due sfere dopo che esse sono state separate
- la densità di carica su ciascuna delle due sfere dopo che esse sono state separate e portate a distanza  $d \gg R_1, R_2$  l'una dall'altra

Si risponda quindi alle seguenti domande:

8. la carica iniziale sulla sfera di raggio  $R_1 = 20\text{cm}$  vale
  - A.  $0.056 \mu\text{C}$
  - B.  $0.22 \mu\text{C}$  (\*)
  - C.  $3.7 \mu\text{C}$
  - D.  $8.5 \mu\text{C}$
9. il potenziale della sfera di raggio  $R_1 = 20\text{cm}$  quando le due sfere sono a contatto vale
  - A.  $2300 \text{ V}$
  - B.  $1250 \text{ V}$
  - C.  $4000 \text{ V}$  (\*)
  - D.  $8500 \text{ V}$
10. la carica sulla sfera di raggio  $R_1 = 20\text{cm}$  dopo che le due sfere sono state separate ha valore
  - A.  $5.46 \mu\text{C}$
  - B.  $1.24 \mu\text{C}$
  - C.  $0.98 \mu\text{C}$
  - D.  $0.089 \mu\text{C}$  (\*)
11. la carica sulla sfera di raggio  $R_2 = 30\text{cm}$  dopo che le due sfere sono state separate ha valore
  - A.  $4.88 \mu\text{C}$
  - B.  $0.13 \mu\text{C}$  (\*)
  - C.  $0.078 \mu\text{C}$
  - D.  $0 \text{ C}$
12. la densità di carica sulla sfera di raggio  $R_1 = 20\text{cm}$  dopo che le due sfere sono state separate (a distanza  $d \gg R_1, R_2$ ) ha valore
  - A.  $10.03 \mu\text{C}/\text{m}^2$
  - B.  $5.78 \mu\text{C}/\text{m}^2$
  - C.  $2.33 \mu\text{C}/\text{m}^2$

D.  $0.177 \mu\text{C}/\text{m}^2$  (\*)

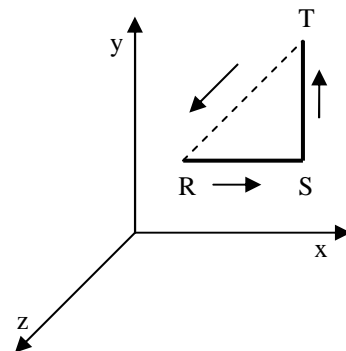
#### Esercizio n.4

I due segmenti di filo della figura (tratti continui) sono percorsi da una corrente di  $2.0 \text{ A}$ , da R verso T. Essi si trovano in una regione dello spazio in cui c'è un campo magnetico  $\vec{B} = 1.0 \hat{k} \text{ T}$  ( $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$  versori degli assi x,y e z rispettivamente, T=tesla); le loro lunghezze sono  $\overline{RS} = 30 \text{ cm}$  e  $\overline{ST} = 40 \text{ cm}$

Si trovi la risultante della forza sui due segmenti di filo (RS ed ST).

Si trovi inoltre la forza su un terzo tratto di filo rettilineo, che collega R e T ed è percorso dalla stessa corrente di  $2.0 \text{ A}$ , da T verso R.

Si risponda quindi alle seguenti domande:

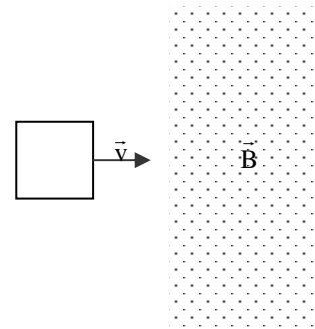


13. Un campo magnetico uniforme  $\vec{B}$  esercita su un filo rettilineo  $\vec{L}$ , percorso da una corrente  $i$  (con verso uguale a quello del vettore  $\vec{L}$ ), una forza  $\vec{F}$  data da
  - A.  $\vec{F} = i\vec{B} \cdot \vec{L}$
  - B.  $\vec{F} = i\vec{B} \times \vec{L}$
  - C.  $\vec{F} = i\vec{L} \times \vec{B}$  (\*)
  - D.  $\vec{F} = iL^2\vec{B}$
14. la forza risultante sui due segmenti di filo RS ed ST vale
  - A.  $\vec{F} = -(0.4 \hat{i} + 0.3 \hat{k}) \text{ N}$
  - B.  $\vec{F} = (0.8 \hat{i} - 0.6 \hat{j}) \text{ N}$  (\*)
  - C.  $\vec{F} = -(0.6 \hat{j} + 0.4 \hat{k}) \text{ N}$
  - D.  $\vec{F} = (0.2 \hat{i} + 0.3 \hat{j}) \text{ N}$
15. la forza su un terzo tratto di filo rettilineo, che collega R e T ed è percorso dalla stessa corrente di  $2.0 \text{ A}$ , da T verso R, vale
  - A.  $\vec{F} = (0.4 \hat{i} + 0.3 \hat{k}) \text{ N}$
  - B.  $\vec{F} = (0.6 \hat{j} + 0.4 \hat{k}) \text{ N}$
  - C.  $\vec{F} = -(0.2 \hat{i} + 0.3 \hat{j}) \text{ N}$
  - D.  $\vec{F} = -(0.8 \hat{i} - 0.6 \hat{j}) \text{ N}$  (\*)

#### Altre domande

16. Una carica  $+Q$  è posta al centro della cavità praticata all'interno di un conduttore neutro isolato. Le cariche indotte sulla parete interna ed esterna del conduttore sono rispettivamente:
  - A.  $Q_{\text{int}} = 0, Q_{\text{ext}} = -Q$
  - B.  $Q_{\text{int}} = -Q, Q_{\text{ext}} = 0$
  - C.  $Q_{\text{int}} = -Q, Q_{\text{ext}} = +Q$  (\*)
  - D.  $Q_{\text{int}} = +Q, Q_{\text{ext}} = -Q$
17. Un filo di materiale isolante, uniformemente carico (densità di carica lineare  $\lambda$ ), forma una circonferenza di raggio  $R$ . Il campo elettrico generato dal filo al centro della circonferenza ha modulo
  - A.  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{R^2}$
  - B.  $\frac{1}{2\epsilon_0} \frac{\lambda}{R}$
  - C.  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{R^2}$
  - D.  $0$  (\*)
18. La resistività di un metallo con l'aumentare della temperatura
  - A. aumenta (\*)
  - B. diminuisce
  - C. resta costante

- D. diventa nulla
19. Un protone avente quantità di moto  $\vec{p}$  e carica elettrica  $e$  entra in una regione con campo magnetico  $\vec{B}$  ortogonale a  $\vec{v}$ ; la sua traiettoria diventa un arco di circonferenza di raggio di curvatura
- $\frac{p}{eB}$  (\*)
  - $\frac{eB}{p}$
  - $\frac{ep}{B}$
  - $\frac{e}{pB}$
20. Una spira conduttrice quadrata, non percorsa da corrente, viene lanciata in una regione con campo magnetico  $\vec{B}$  uniforme, ad essa ortogonale. La spira entrando nella regione del campo
- non subisce alcuna forza
  - viene attratta nella regione del campo magnetico
  - viene respinta dalla regione del campo magnetico (\*)
  - subisce una forza parallela alla direzione del campo magnetico  $\vec{B}$
21. Due condensatori, rispettivamente di capacità  $C_1$  e  $C_2$ , collegati in serie, sono equivalenti ad un singolo condensatore di capacità
- $C_1 + C_2$
  - $C_1 - C_2$
  - $\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$  (\*)
  - $\frac{C_1 C_2}{C_1 - C_2}$
22. L'energia immagazzinata nel campo magnetico di una bobina di induttanza  $L$  e percorsa da una corrente  $i$  vale:
- $Li$
  - $\frac{1}{2} L^2 i$
  - $\frac{1}{2} Li^2$  (\*)
  - $\frac{1}{2} L^2 i^2$



## Soluzioni

### Esercizio n.1

Il campo elettrico del cilindro è radiale. Vista la simmetria, il modulo del campo può essere ottenuto con il teorema di Gauss.

Prendendo come superficie gaussiana un cilindro di lunghezza  $h$ , concentrico al cilindro dato, ed applicando il teorema di Gauss si ha:

$$\text{per } r > R \quad \int_{\text{Sup Gaussiana}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \rightarrow \int_{\text{Sup Gaussiana}} E dA = E 2\pi r h = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho \pi R^2 h \rightarrow E = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{\rho R^2}{2r}$$

$$\text{per } r < R \quad \int_{\text{Sup Gaussiana}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \rightarrow \int_{\text{Sup Gaussiana}} E dA = E 2\pi r h = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho \pi r^2 h \rightarrow E = \frac{\rho}{2\epsilon_0} r$$

### Esercizio n.2

La forza elettromotrice indotta, fem, per la legge di Faraday, ha espressione

$$\text{fem} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = 0.4 - 0.2t$$

Al tempo  $t=2s$ ,  $\Phi_B(t=2s) = 0.4Tm^2$  e  $i_{ind}(t=2s) = \frac{fem(t=2s)}{R} = 0A$ .

### Esercizio n.3

Il potenziale di una sfera conduttrice di raggio  $R$ , con  $V(\infty) = 0$ , ha espressione  $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}$  da cui si ottiene

$$Q = 4\pi\epsilon_0 RV = 4 \cdot 3.14 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2} \cdot 0.20m \cdot 4000V = 4 \cdot 3.14 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2} \cdot 0.20m \cdot 10000 \frac{Nm}{C} =$$

$$= 0.222 \cdot 10^{-6} C = 0.22 \mu C$$

Quando le due sfere vengono messe a contatto acquistano lo stesso potenziale  $V_1 = V_2$  e la carica presente sulla sfera di raggio  $R_1$  si ridistribuisce tra le due sfere in accordo al principio di conservazione della carica ( $Q_1 + Q_2 = Q$ ):

$$\begin{cases} V_1 = V_2 \\ Q_1 + Q_2 = Q \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{Q_1}{R_1} = \frac{Q_2}{R_2} \\ Q_1 + Q_2 = Q \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Q_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} Q = \frac{2}{5} Q = 0.0889 \mu C \\ Q_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} Q = \frac{3}{5} Q = 0.133 \mu C \end{cases}$$

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{R_1} = 4000V$$

La densità di carica sulla sfera di raggio  $R_1$  vale

$$\sigma = \frac{Q_1}{4\pi R_1^2} = \frac{0.0889 \mu C}{4 \cdot 3.14 \cdot (0.20 m)^2} = 0.177 \frac{\mu C}{m^2}$$

### Esercizio n.4

Basta applicare la 2° formula di Laplace  $d\vec{F} = i d\vec{l} \times \vec{B}$  che nel caso di campo uniforme e filo rettilineo si può scrivere come  $\vec{F} = i \vec{l} \times \vec{B}$ .

forza sui tratti di filo RS ed ST:

$$\vec{F}_{RST} = \vec{F}_{RS} + \vec{F}_{ST} = \int_R^S d\vec{F}_{RS} + \int_S^T d\vec{F}_{ST} = \int_R^S i d\vec{l} \wedge \vec{B} + \int_S^T i d\vec{l} \wedge \vec{B} = i \left( - \int_R^S B dx \hat{j} + \int_S^T B dy \hat{i} \right) = -iB \overline{RS} \hat{j} + iB \overline{ST} \hat{i} =$$

$$= -2A \cdot 1.0T \cdot 0.3m \hat{j} + 2A \cdot 1.0T \cdot 0.4m \hat{i} = (0.8 \hat{i} - 0.6 \hat{j}) N$$

forza sul tratto di filo TR:

$$\vec{F}_{TS} = \int_T^R d\vec{F}_{TS} = \int_T^R i d\vec{l} \wedge \vec{B} = i \int_R^S \vec{B} \wedge (dx \hat{i} + dy \hat{j}) = i \int_S^R B dx \hat{j} - i \int_T^S B dy \hat{i} = iB \overline{RS} \hat{j} - iB \overline{ST} \hat{i} =$$

$$= -\vec{F}_{RST} = 2A \cdot 1.0T \cdot 0.3m \hat{j} - 2A \cdot 1.0T \cdot 0.4m \hat{i} = -(0.8 \hat{i} - 0.6 \hat{j}) N$$

Quest'ultimo risultato poteva essere ottenuto ricordando che la forza magnetica su una spira chiusa in un campo magnetico uniforme è nulla.